

# АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРИБОРАХ ТЕРАГЕРЦОВОГО ДИАПАЗОНА

**Касаткин Александр Дмитриевич,**  
студент, Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики", Москва, Россия,  
[sanchezonok@mail.ru](mailto:sanchezonok@mail.ru)

**Пресняков Семен Андреевич,**  
студент, Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики", Москва, Россия,  
[pressnyak@gmail.com](mailto:pressnyak@gmail.com)

**Кравченко Наталья Павловна,**  
доцент, к.т.н., Национальный исследовательский  
университет "Высшая школа экономики", Москва, Россия,  
[natkrav@inbox.ru](mailto:natkrav@inbox.ru)

**Мухин Сергей Владимирович,**  
профессор, д.т.н., Национальный исследовательский  
университет "Высшая школа экономики", Москва, Россия,  
[mukhin\\_servey@yahoo.com](mailto:mukhin_servey@yahoo.com)

**Ключевые слова:** замедляющие системы, "петляющий волновод", "серпантин", волноводно-резонаторная модель с учетом канала, дисперсионные характеристики, расчет замедляющих систем по результатам 3D моделирования.

Проводится расчет дисперсионных характеристик замедляющих систем, пригодных для использования в приборах терагерцового диапазона. К таким замедляющим системам могут быть отнесены системы типа "петляющий волновод", типа "серпантин" и типа "встречные штыри". Анализ дисперсионных характеристик этих замедляющих систем осуществлялся с помощью волноводно-резонаторной модели, которая построена для замедляющих систем типа "петляющий волновод" с учетом канала для электронного пучка. Волноводно-резонаторная модель составляется из четырехполосников, описывающих отрезки волноводов. Эта модель наиболее точно отражает структуру поля в петляющем волноводе. Второй подход используется для анализа замедляющих систем типа "серпантин" и "встречные штыри". Анализ этих замедляющих систем проводился с использованием 3D моделирования в программе HFSS [1]. Дисперсионные характеристики рассчитывались по программе, изложенной в [2]. Полученные характеристики используются для построения модели замедляющей системы, которая представляет собой в этом случае цепочку восьмиполосников или четырехполосников. При решении данных задач целесообразно воспользоваться дискретным подходом [3]. Обоснование применения той или иной математической модели для описания дискретного взаимодействия следует из разностной формы электродинамической теории возбуждения [4]. Волноводно-резонаторная модель также используется при построении модели секции ЛБВ с дискретным взаимодействием. Высокие требования предъявляются к коэффициентам конечно-разностного уравнения, поскольку чем точнее они заданы, тем адекватнее физическим законам математическая модель дискретного взаимодействия. Обладая определенным электродинамическим смыслом, эти коэффициенты задаются через коэффициенты матрицы передачи четырехполосника, получаемого из шестиполосника при условии, что возбуждающего тока нет. Данный четырехполосник, в свою очередь, является математической моделью ячейки резонаторной замедляющей системы. Соответствие восстановленных электродинамических характеристик обусловлено точностью определения коэффициентов полученного четырехполосника. Следовательно, правильный подбор данных коэффициентов обеспечивает точное описание как процессов дискретного взаимодействия в лампах бегущей волны, так и электродинамических процессов в ЗС. Приведенные в работе результаты расчетов дисперсионных характеристик выбранных ЗС на основе разработанных моделей показывают пригодность данных ЗС для терагерцового диапазона.

## Для цитирования:

Касаткин А.Д., Пресняков С.А., Кравченко Н.П., Мухин С.В. Анализ дисперсионных характеристик замедляющих систем, используемых в приборах терагерцового диапазона // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Том 11. №1. С. 31-36.

## For citation:

Kasatkin A.D., Presnyakov S.A., Kravchenko N.P., Mukhin S.V. (2017). Analysis of the dispersion characteristics of the slow-wave structures used in the terahertz range devices. T-Comm, vol. 11, no.1, pp. 31-36. (in Russian)

**1. Введение**

Достигнутый в настоящее время уровень выходной мощности и полоса частот ЛБВ определяются видом применяемых замедляющих систем (ЗС). В широкополосных (до 1...2 октав) ЛБВ применяют спиральные замедляющие системы, ограничивающие из-за недостаточного отвода тепла непрерывную выходную мощность прибора величиной ~1 кВт в средней части сантиметрового диапазона и ~100 Вт на частотах около 18 ГГц. При использовании ЗС типа цепочек связанных резонаторов (ЦСР) или других подобных цельнометаллических ЗС с хорошим теплоотводом, возможно увеличение средней мощности до 5...8 кВт, с полосой усилимых частот до ~8% (максимум 17%) из-за резонансных свойств ЗС. Такие системы используются вплоть до частот ~ 100 ГГц, однако их применение на более высоких частотах встречает значительные трудности из-за сложности конфигурации отдельных элементов. Поэтому поиск, исследование и разработка новых ЗС и физических механизмов электронно-волнового взаимодействия в нерелятивистских вакуумных приборах является актуальной проблемой для коротковолновой части миллиметрового диапазона волн.

Решение этой проблемы открывает широкие возможности получения новых научных и технических результатов по созданию источников когерентного излучения, развитию спектроскопии, разработке новых радиосистем в этом диапазоне и других применений гражданского и военного назначения.

Наиболее пригодны для использования в приборах терагерцового диапазона замедляющие системы типа «петляющий волновод», эта пригодность объясняется простотой конструкции, аналитическим описанием полей и простотой расчета дисперсионных характеристик. Используемая для описания таких замедляющих систем волноводно-резонаторная модель несколько усложняется из-за использования в приборах с такими ЗС канавки для электронного пучка.

**2. Волноводно-резонаторная модель замедляющей системы типа «петляющий волновод» с каналом для электронного пучка**

Замедляющая система данного типа представлена на рис. 1.

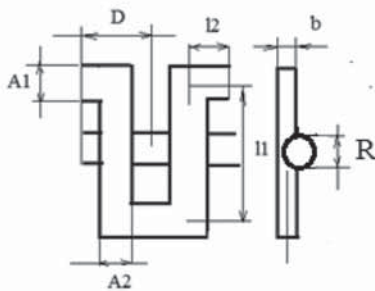


Рис. 1. Замедляющая система типа «петляющий волновод» с каналом для электронного пучка

При построении модели исходная ЗС разбивается на частичные области плоскостями, перпендикулярными направлению распространения микроволновой энергии в ней. Выделенные частичные области заменяются отрезками волноведущих каналов с прямоугольным поперечным сечением, для которых известно аналитическое решение внутренней электродинамической задачи.

В результате получается эквивалентная ЗС, для описания частичных областей которой вводят эквивалентные  $U_{экв}, I_{экв}, Z_{экв}, \gamma$ , что позволяет перейти при их описании к эквивалентным линиям передачи и единообразно описать их матрицами передачи четырехполюсников. На основе анализа условий сшивания полей на границах частичных областей проводится соединение четырехполюсников в эквивалентную схему ячейки анализируемой замедляющей системы.

В основе построения этой модели лежит крестообразное соединение волноводов, представленное на рис. 2.

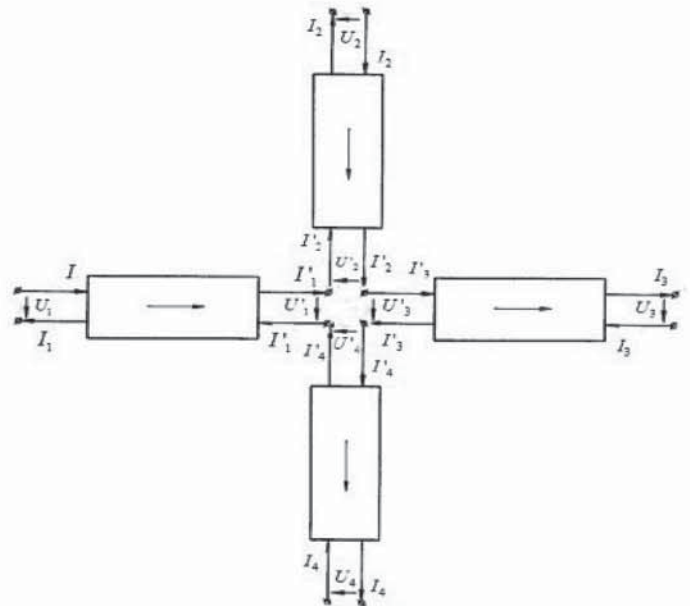


Рис. 2. Распределение токов и напряжений в крестообразном соединении

При построении эквивалентной схемы, составленной из четырехполюсников, каналы, по которым может распространяться СВЧ энергия в ячейке, сначала рассматриваются отдельно.

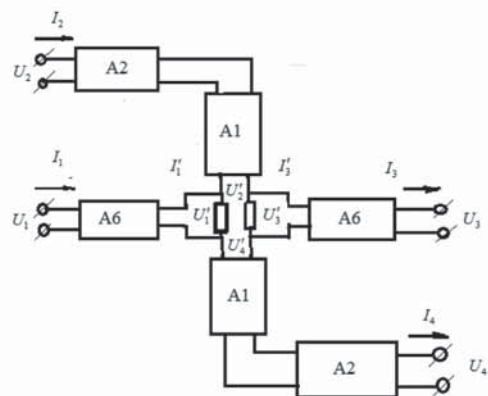


Рис. 3. Модель замедляющей системы типа «петляющий волновод» с каналом

Центральный канал представляет собой периодическую структуру, составленную из отрезков прямоугольных волноводов и зазоров взаимодействия. Предполагается, что в прямоугольных волноводах распространяется одна волна  $H_{01}$ .

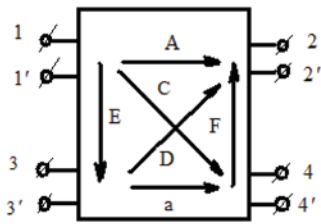


Рис. 4. Каналы распространения СВЧ энергии в ячейке ЗС

Для этой волны параметры  $U_{\text{экр}}, I_{\text{экр}}, Z_{\text{экр}}$  эквивалентной линии передачи определены через поперечные компоненты полей следующим образом:

$$U_{\text{экр}} = -\int_1^2 E^r dl, \quad I_{\text{экр}} = \oint_1 H^r dl,$$

$$Z_{\text{экр}} = \frac{U_{\text{экр}}}{I_{\text{экр}}}, \quad \gamma_{\text{экр}} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{\text{кр}}^2}}.$$

Эта линия описывается матрицей передачи:

$$CA6(\lambda) := \begin{pmatrix} \cosh(\psi6(\lambda)) & -z6(\lambda) \cdot \sinh(\psi6(\lambda)) \\ -\sinh(\psi6(\lambda)) & \cosh(\psi6(\lambda)) \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ z6(\lambda) \end{matrix}$$

где

$$z6(\lambda) := \frac{b \cdot \sqrt{\frac{\mu0}{\epsilon0}}}{a \cdot \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4 \cdot a^2}}}$$

$$\psi6(\lambda) := \frac{2 \cdot i \cdot \pi \cdot l2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}{\lambda}$$

Компоненты электрического поля в пролетном канале являются периодической функцией продольной координаты  $Z$ . Продольная компонента поля на границе канала существует только в зазоре взаимодействия и предполагается, что в нем она постоянна. Эта периодическая функция представляется в виде суммы пространственных гармоник:

$$E_0(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n e^{-i \frac{2\pi n}{D} z}$$

Используя условия на границе канала, определяется амплитуда продольной компоненты электрического поля и азимутальная компонента магнитного поля. Известным образом вводится эквивалентный ток и в центре зазора определяется сопротивление, связывающее напряжение на зазоре и продольный ток, определяемый азимутальным магнитным полем.

$$Z = \frac{E_0 d}{I_{\text{экр}}}$$

где  $E_0$  – постоянное поле в зазоре взаимодействия,  $d$  – ширина зазора взаимодействия. Величина сопротивления определяется выражением:

$$Z = \frac{1}{Y}$$

$$Y(\lambda) = \frac{-2\pi \cdot i \cdot r1 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{4\pi \cdot \sin\left(k\pi \frac{d}{D}\right) \cdot \cos(k\pi)^2 \cdot l1 \cdot r1 \cdot \sqrt{-\left(\frac{2\pi k}{D}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}}{k\pi \lambda \cdot \sqrt{-\left(\frac{2\pi k}{D}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}} \cdot I0 \cdot r1 \cdot \sqrt{-\left(\frac{2\pi k}{D}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} \right] + d \cdot J0 \left(\frac{2\pi \cdot r1}{\lambda}\right)}{\sqrt{\frac{\mu0}{\epsilon0}} \cdot d}$$

Каналы распространения СВЧ энергии в ячейке ЗС, показанные на рис. 4, моделируются четырехполосниками составляющими канал (рис. 3) при холостом ходе на входах, не принадлежащих каналу. Буквы соответствуют каналу передачи энергии (рис. 3), цифры соответствуют элементу матрицы передачи канала.

$$Z(\lambda) = \begin{pmatrix} \frac{A(\lambda)_{22}}{A(\lambda)_{21}} & \frac{1}{A(\lambda)_{21}} & \frac{1}{E(\lambda)_{21}} & \frac{1}{C(\lambda)_{21}} \\ \frac{1}{A(\lambda)_{21}} & \frac{A(\lambda)_{11}}{A(\lambda)_{21}} & \frac{1}{D(\lambda)_{21}} & \frac{1}{F(\lambda)_{21}} \\ \frac{1}{E(\lambda)_{21}} & \frac{1}{D(\lambda)_{21}} & \frac{a(\lambda)_{22}}{a(\lambda)_{21}} & \frac{1}{a(\lambda)_{21}} \\ \frac{1}{C(\lambda)_{21}} & \frac{1}{F(\lambda)_{21}} & \frac{1}{a(\lambda)_{21}} & \frac{a(\lambda)_{11}}{a(\lambda)_{21}} \end{pmatrix}$$

Теперь можно осуществить переход от матрицы сопротивлений восьмиполосника к его матрице передачи.

$$A(\lambda) = \begin{pmatrix} A(\lambda)_{11} & A(\lambda)_{12} & A(\lambda)_{13} & A(\lambda)_{14} \\ A(\lambda)_{21} & A(\lambda)_{22} & A(\lambda)_{23} & A(\lambda)_{24} \\ A(\lambda)_{31} & A(\lambda)_{32} & A(\lambda)_{33} & A(\lambda)_{34} \\ A(\lambda)_{41} & A(\lambda)_{42} & A(\lambda)_{43} & A(\lambda)_{44} \end{pmatrix}$$

Эта матрица передачи, выраженная через сопротивления, приведена в работе [5]. В этой же работе рассматривается алгоритм определения электродинамических характеристик замедляющих систем с использованием матрицы передачи. Собственные числа и собственные вектора этой матрицы используются для определения замедления, реактивного затухания и характеристического сопротивления замедляющей системы. Результаты расчета замедляющей системы «петляющего типа», наиболее пригодной для терагерцового диапазона, с помощью разработанной модели представлены на рис. 5-7.

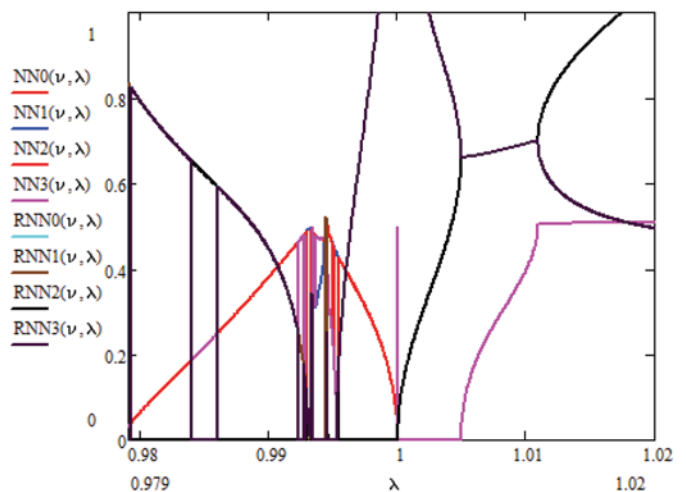


Рис. 5. Замедление  $NN_j$  и реактивное затухание  $RNN_j$

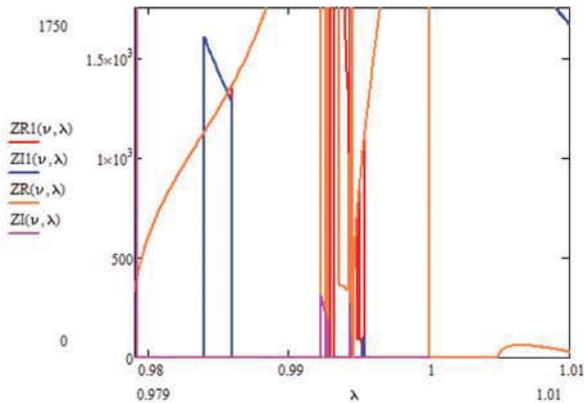


Рис. 6. Действительная  $ZR_j$  и мнимая часть  $ZI_j$  характеристического сопротивления замедляющей системы ( $j=1,2$ )

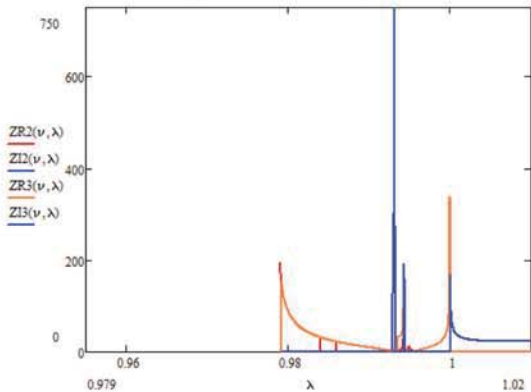


Рис. 7. Действительная  $ZR_j$  и мнимая часть  $ZI_j$  характеристического сопротивления канала электронного пучка ( $j=3,4$ )

Как видно из рисунков, разработанная модель достаточно точно описывает дисперсионные характеристики терагерцовых замедляющих систем, но для проектирования ЛБВ требуется использование более точных методов, хотя это потребует существенных затрат вычислительных ресурсов.

### 3. Моделирование замедляющих систем типа «серпантин»

Замедляющая система, представленная на рис. 8 может быть отнесена к терагерцовым.

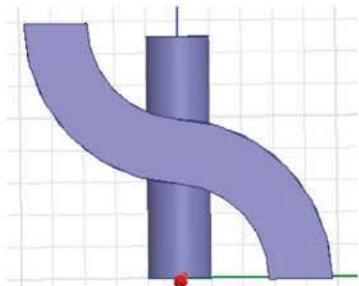


Рис. 8. Замедляющая система типа «серпантин» с каналом для электронного пучка

Эта замедляющая система достаточно сложна, поэтому использование для ее моделирования волноводно-резонаторной модели затруднительно. Для моделирования этой замедляющей системы используется метод конечных элементов, реализованный в программе HFSS. На рис.8

представлена модель данной замедляющей системы с круглым каналом для электронного пучка. Канал может быть и прямоугольным.

При 3D моделировании рассматриваются ЗС, которые представлены восьмиполосниками. Модели данных замедляющих систем в HFSS представляют собой ячейки с двумя и четырьмя портами соответственно. Исходными данными выступают наборы S- и Z-матриц, полученных для заданного в HFSS набора частот.

**S-матрица рассеяния** — матрица, элементы которой описывают физические параметры рассеяния. В микроволновой технике матрица рассеяния связывает линейной зависимостью падающую и отражённую волны на входах многополосника.

Входы рассматриваемых многополосников в микроволновой технике представляются, как правило, линиями передачи, в которых распространяется основной тип волн. Таким образом, на каждом входе многополосника существует как падающая волна  $a$ , так и отражённая  $b$  волна. Отраженные волны связаны с падающими линейными зависимостями:

$$\begin{cases} b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}a_2 + \dots + s_{1N}a_N \\ b_2 = s_{21}a_1 + s_{22}a_2 + \dots + s_{2N}a_N \\ \dots \\ b_N = s_{N1}a_1 + s_{N2}a_2 + \dots + s_{NN}a_N \end{cases}$$

Представив падающие и отражённые волны в виде векторов  $a$  и  $b$ , получим:

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix}$$

В этом случае линейные зависимости, указанные выше, можно записать в матричной форме, где  $S$  – матрица рассеяния:

$$S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1N} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & s_{N2} & \dots & s_{NN} \end{pmatrix}$$

Физический смысл элементов матрицы становится ясен при подаче на вход  $n$  падающей волны при одновременном подключении согласованной неотражающей нагрузки к остальным входам:

$$a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ a_n \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Тогда  $b_m = s_{mn}a_n$ , откуда:  $s_{mn} = b_m / a_n$ .

Очевидно, что элементы S-матрицы являются коэффициентами передачи со входа  $n$  на вход  $m$ , при  $n \neq m$  и коэффициентами отражения, если  $n = m$  (т.е. по главной диагонали матрицы).

Отметим важную особенность S-матрицы, выделяющую ее среди других типов матриц, используемых для многополюсников. Действительно, коэффициенты данной матрицы имеют простой физический смысл и связаны непосредственно с рабочим режимом четырехполюсника. Перемена направления передачи энергии меняет только индексы S-матрицы ( $S_{12} \rightarrow S_{21}$ ,  $S_{11} \rightarrow S_{22}$ ), но не происходит (как это имеет место в других типах матриц) изменения величины и знаков элементов. Из этого следует, что S-матрица фактически не имеет жесткой привязки к какому-либо направлению передачи. Данное свойство S-матрицы удобно при решении ряда задач на СВЧ, в частности – в случае многополюсников, соединенных произвольным образом.

Алгоритм обработки данных трехмерного моделирования включает:

1. Преобразование исходной S- или Z-матрицы в A-матрицу.
2. Определение собственных чисел A-матрицы.
3. Определение собственных векторов A-матрицы.
4. Расчет замедления и характеристического сопротивления ЗС.

Результаты расчета дисперсионных характеристик замедляющей системы типа «серпантин» приведены на рис. 9-11. Для данных расчетов использовалась система компьютерной алгебры MathCAD.

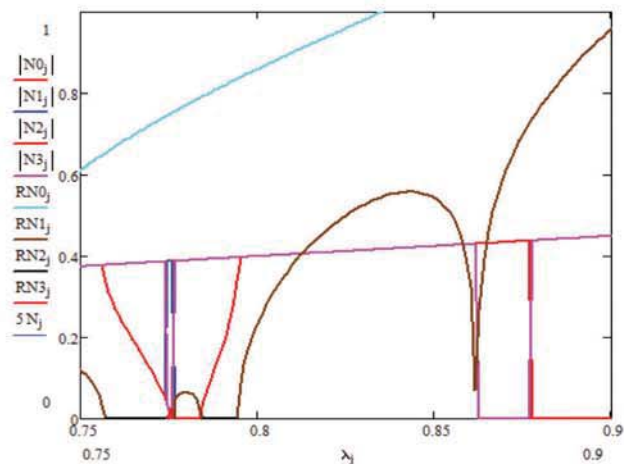


Рис. 9. Замедление  $NJ$  и реактивное затухание  $RNj$  замедляющей системы типа «серпантин»

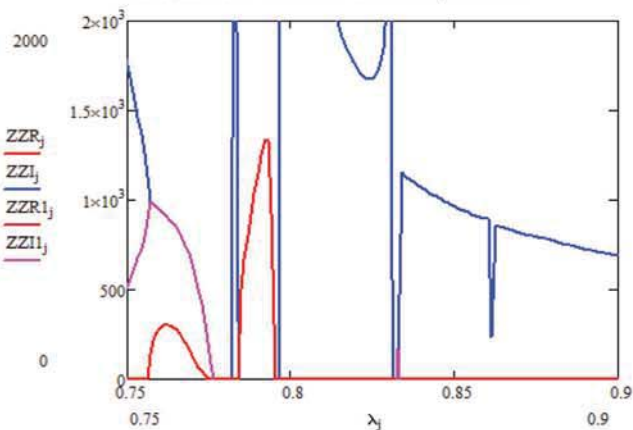


Рис. 10. Действительная  $ZZRj$  и мнимая часть  $ZZIj$  характеристического сопротивления замедляющей системы типа «серпантин» ( $J=0,1$ )

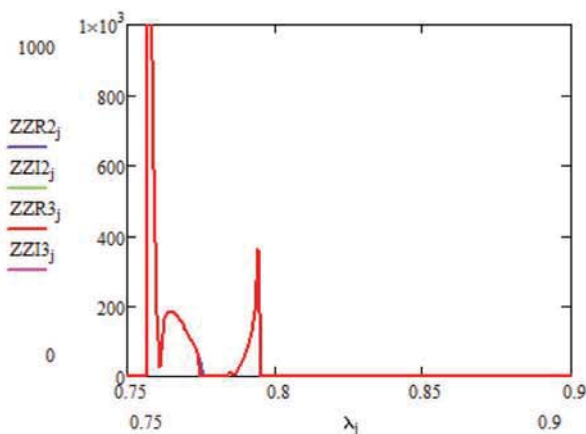


Рис. 11. Действительная  $ZZRj$  и мнимая  $ZZIj$  часть характеристического сопротивления пролетного канала замедляющей системы типа «серпантин» ( $J=2,3$ )

Как видно из результатов расчета замедляющая система типа «серпантин» пригодна для использования в терагерцовом диапазоне.

### Заключение

В работе показано, что замедляющие системы типа «петляющий волновод» и «серпантин» пригодны для построения ЛБВ терагерцового диапазона. Причем для расчета петляющего волновода разработана волноводно-резонаторная модель с каналом для электронного пучка, требующая меньших затрат вычислительных ресурсов.

### Литература

1. Курушин А.А., Титов А.П. Проектирование СВЧ структур с помощью HFSS. Утверждено Редакционно-издательским советом института в качестве учебного пособия. Моск. гос. ин-т электроники и математики. М., 2003. С. 176. ISBN 5-94506-067-4.
2. Mukhin S.V. Analysis of the Dispersion Characteristics in the Vicinity of the Passband Boundaries of the Slow-Wave Structures That Represent Chained Cavities // Journal of Communications, Technology and Electronics. 2012. Vol. 57. No. 12, pp. 1276-1286.
3. Мухин С.В., Солнцев В.А. // Тезисы докладов X Всесоюзного семинара «Волновые и колебательные явления в электронных приборах О-типа». Ленинград, 1990. С. 99.
4. Солнцев В.А., Мухин С.В. // Радиотехника и электроника, 1991. Т. 36. №11. С. 2161.
5. Мухин С.В., Панов А.В. Анализ дисперсионных характеристик замедляющих систем типа ЦСР вблизи границ полосы пропускания // В кн.: Актуальные проблемы электронного приборостроения АПЭП-2012. Материалы 10-й юбилейной научно-технической конференции. Саратов, 2012. С. 203-210.

## ANALYSIS OF THE DISPERSION CHARACTERISTICS OF THE SLOW-WAVE STRUCTURES USED IN THE TERAHERTZ RANGE DEVICES

**Alexander D. Kasatkin**, Moscow, Russia, [sanchezonok@mail.ru](mailto:sanchezonok@mail.ru)

**Semyon A. Presnyakov**, Moscow, Russia, [pressnyak@gmail.com](mailto:pressnyak@gmail.com)

**Natalja P. Kravchenko**, Moscow, Russia, [natkrav@inbox.ru](mailto:natkrav@inbox.ru)

**Sergey V. Mukhin**, Moscow, Russia, [mukhin\\_sergey@yahoo.com](mailto:mukhin_sergey@yahoo.com)

### Abstract

In this paper the calculation of the dispersion characteristics of the slow-wave structures suitable for use in the terahertz range devices is conducted. The slow-wave structures of the "winding waveguide"-, "serpentine"- and "counter-pins"-type can be considered as such. Analysis of the dispersion characteristics was carried out using waveguide-resonator model, which is built for slow-wave structures of the "winding waveguide"-type taking into account the channel for the electron beam. The waveguide-resonator model is composed of quadripoles describing the waveguide segments. This model is most accurately reflects the field structure in the "winding waveguide". The second approach is used to analyze the slow-wave structures of "serpentine" and "counter-pins"-type. Analysis of the slow-wave structures was performed using the 3D-model in program HFSS [1]. The dispersion characteristics were calculated by the program outlined in the work [2]. These characteristics are used to build the model of the slow-wave structure, which is represented in this case by the chain of the octopoles of quadripoles. The discrete approach is the most common for the solution of this problems. Justification of the application of a mathematical model for the description of the discrete interaction follows from the difference form of electrodynamic excitation theory [4]. Waveguide-resonator model is also used in the construction of a model of TWT section with the discrete interaction. High demands are made to the coefficients of the finite-difference equation, because the more accurately they are given, the more adequate the mathematical model of the discrete interaction in a relation to the physical laws. Those coefficients have a definite electrodynamic meaning and are defined via coefficients of the quadripole transmission matrix derived from the sextopole in the absence of the exciting current. This quadripole, in turn, is a mathematical model of the cell of the resonator slow-wave structure.

**Keywords:** *slow-wave structures, "winding waveguide", "serpentine", waveguide-resonator model taking channel into account, dispersion characteristics, calculation of the slow-wave structures based on 3D-modeling.*

### References

1. Kurushin A., Titov A. (2003). Designing of high frequency structures using HFSS. Moscow: Moscow Institute of Electronics and Mathematics. (in Russian)
2. Mukhin S. (2012). Analysis of the dispersion characteristics in the vicinity of the passband boundaries of the slow-wave structures that represent chained cavities. *Radiotekhnika i Elektronika*, no. 57(12), pp. 1276-1286.
3. Mukhin S., Solntsev V. (1990). Comparative analysis of excitation models of O-type devices with a periodic structure. Abstracts of the X-th All-Union seminar "The wave and oscillatory phenomena in O-type electronic devices". Leningrad, p. 99. (in Russian)
4. Solntsev V., Mukhin S. (1991). Document Difference form of the periodic waveguides excitation theory. *Radiotekhnika i Elektronika*, no. 36(11), p. 2161. (in Russian)
5. Mukhin S., Panov A. (2012). The analysis of dispersion characteristics of slow-wave systems of CIS type near the passthrough band. Conference Proceedings – 2012 International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering, Saratov, pp. 203-210. (in Russian)

### Information about authors

**Alexander D. Kasatkin**, National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russia

**Semyon A. Presnyakov**, National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russia

**Natalja P. Kravchenko**, Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russia

**Sergey V. Mukhin**, Professor, Doctor of Technical Sciences, National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russia